OPKOERS

STATISTIEK

DERDE GRAAD HUMANE WETENSCHAPPEN

EXAMENCOMMISSIE 2026 - 2027

Inhoudstafel

VOORBEREIDEND DEEL · FUNDAMENTEN

FUNDAMENTEN · Hoe gebruik je dit voorbereidend deel? 9

MODULE F1 · Gegevens verzamelen 10

F1.1 Populatie en steekproef 10
F1.2 Een goede steekproef 10
F1.3 Soorten variabelen 11
F1.4 Oefeningen module F1 12

MODULE F2 · Frequentietabellen 14

F2.1 Een niet-gegroepeerde frequentietabel 14
F2.2 Gegevens groeperen in klassen 15
F2.3 Oefeningen module F2 17

MODULE F3 · Grafische voorstellingen 18

F3.1 De zes voorstellingen 19
F3.2 De vorm van een verdeling 20
F3.3 Oefeningen module F3 21

MODULE F4 · Centrummaten 23

F4.1 Het rekenkundig gemiddelde 23
F4.2 De mediaan 23
F4.3 De modus 24
F4.4 Welke centrummaat kies je? 24
F4.5 Oefeningen module F4 26

MODULE F5 · Spreidingsmaten en de boxplot 27

F5.1 Variatiebreedte 27
F5.2 Kwartielen en interkwartielafstand 27
F5.3 De boxplot 28
F5.4 De standaardafwijking 29
F5.5 Oefeningen module F5 31

MODULE F6 · Kansrekenen: de basis 32

F6.1 Experiment, uitkomst, gebeurtenis 32
F6.2 De wet van Laplace 32
F6.3 Notaties en rekenregels 32
F6.4 De kansboom 34
F6.5 Oefeningen module F6 34

MODULE F7 · De normale verdeling: de basis 36

F7.1 Van histogram naar Gausskromme 36
F7.2 De vuistregel 68 – 95 – 99,7 36
F7.3 Standaardiseren 37
F7.4 Oefeningen module F7 37

FUNDAMENTEN · Zelftest: ben je klaar voor de cursus? 39

DEEL 1 · HET EXAMEN, PROBLEEMOPLOSSEND DENKEN EN ICT

HOOFDSTUK 0 · Zo werkt het examen 40

HOOFDSTUK 1 · Probleemoplossend denken en ICT 42

1.1 Mathematiseren en demathematiseren 42
1.2 Het stappenplan van Pólya 42
1.3 Heuristieken uit de vakfiche, toegepast op statistiek 43
1.4 Exact werken en het gebruik van ICT 43

DEEL 2 · TELPROBLEMEN EN DE BINOMIALE VERDELING

HOOFDSTUK 2 · Telproblemen 45

2.1 De drie telregels 45
2.2 Faculteit 46
2.3 Combinaties 46
2.4 Welke regel? Herkennen is het halve werk 48
2.5 Combinaties combineren 48
2.6 Oefeningen (oplossingen achteraan in de cursus) 49

HOOFDSTUK 3 · Kansvariabelen en de binomiale verdeling 52

3.1 Kansvariabele of stochast 52
3.2 De kansverdeling van een discrete kansvariabele 53
3.3 Verwachtingswaarde, variantie en standaardafwijking 53
3.4 Bernoulli-experiment en Bernoulli-verdeling 54
3.5 De binomiale verdeling 54
3.6 De kansverdeling opstellen met ICT 56
3.7 Kansen berekenen: van woorden naar symbolen 57
3.8 Verwachtingswaarde en standaardafwijking van B(n, p) 57
3.9 Uitgewerkte vraagstukken 58
3.10 Oefeningen (oplossingen achteraan in de cursus) 60

DEEL 3 · STATISTISCHE BESLUITVORMING EN SAMENHANG

HOOFDSTUK 4 · De normale verdeling en steekproevenverdelingen 62

4.1 Kansen bij een normale verdeling met ICT 62
4.2 Populatie en steekproef: parameters en kengetallen 63
4.3 De steekproevenverdeling: het idee 64
4.4 De steekproevenverdeling van het steekproefgemiddelde $\bar{X}$ 65
4.5 De steekproevenverdeling van de steekproefproportie $\hat{P}$ 66
4.6 Oefeningen (oplossingen achteraan in de cursus) 68

HOOFDSTUK 5 · Hypothesetoetsen 70

5.1 Notaties (vakfiche – verplicht) 70
5.2 Het idee: een rechtszaak 71
5.3 De hypothesen opstellen 71
5.4 De p-waarde 71
5.5 Het significantieniveau en de beslisregel 72
5.6 Het stappenplan 73
5.7 Uitgewerkt voorbeeld: een toets voor een gemiddelde 74
5.8 Uitgewerkte voorbeelden: een toets voor een proportie 74
5.9 Een toets met de binomiale verdeling 75
5.10 Twee soorten fouten 76
5.11 Stellingen beoordelen (zoals op het examen) 77
5.12 Oefeningen (oplossingen achteraan in de cursus) 79

HOOFDSTUK 6 · Betrouwbaarheidsintervallen 81

6.1 Van één getal naar een interval 81
6.2 Achtergrond: waar komt de foutenmarge vandaan? 82
6.3 Wat betekent het betrouwbaarheidsniveau? 82
6.4 De breedte van het interval 84
6.5 Vaak voorkomende fouten bij het interpreteren 85
6.6 Stellingen beoordelen (zoals op het examen) 86
6.7 Oefeningen (oplossingen achteraan in de cursus) 86

HOOFDSTUK 7 · Spreidingsdiagrammen 88

7.1 Het spreidingsdiagram 88
7.2 Soorten verbanden tussen grootheden 90
7.3 De trendlijn 90
7.4 Correlatie en causaliteit 91
7.5 De correlatiecoëfficiënt r 92
7.6 Stap voor stap met ICT 95
7.7 Oefeningen (oplossingen achteraan in de cursus) 96

DEEL 4 · WERKEN MET GROTE DATASETS

HOOFDSTUK 8 · Een statistisch onderzoek met een grote dataset 98

8.1 De stappen van een statistisch onderzoek 99
8.2 De dataset “Jong & Wel” 99
8.3 Verkennen: groeperen en frequentietabellen 100
8.4 Grafische voorstellingen kiezen en maken 101
8.5 Centrummaten en spreidingsmaten berekenen 102
8.6 Is de normale verdeling een geschikt model? 103
8.7 Een hypothesetoets op basis van de data 103
8.8 Is er een (sterk) lineair verband? 105
8.9 Het besluit in functie van de onderzoeksvraag 106
8.10 Opdrachten bij de dataset “Jong & Wel” (oplossingen achteraan) 107

BIJLAGEN

BIJLAGE · Werken met de rekenapps (ICT) 109

BIJLAGE · De dataset “Jong & Wel” 112

BIJLAGE · Formularium (officieel) 115

BIJLAGE · Begrippen & notaties (officieel) 117

SLOT · Examenchecklist 119

OEFENEXAMEN · Oefenexamen statistiek 120

OPLOSSINGEN · Oplossingen van de oefeningen 124

Fundamenten 124
Hoofdstuk 2 · Telproblemen 129
Hoofdstuk 3 · Kansvariabelen en de binomiale verdeling 130
Hoofdstuk 4 · De normale verdeling en steekproevenverdelingen 131
Hoofdstuk 5 · Hypothesetoetsen 132
Hoofdstuk 6 · Betrouwbaarheidsintervallen 134
Hoofdstuk 7 · Spreidingsdiagrammen 135
Hoofdstuk 8 · Opdrachten bij de dataset 136
Oefenexamen 138

LEES DIT EERST

Hoe studeer je met deze cursus?

Deze cursus volgt de vakfiche op de voet. Bij elk hoofdstuk staat eerst wat de vakfiche verwacht (het kader **Vakfiche – kennen / kunnen**). Daarna volgen de uitleg, uitgewerkte voorbeelden, valkuilen en oefeningen met oplossingen. De notaties zijn die van de bijlage **Begrippen & notaties**. Enkel die notaties worden op het examen aanvaard.

Opbouw

Deel	Inhoud	Examengewicht
Voorbereidend deel	Fundamenten: de statistiek en het kansrekenen van de tweede graad (gegevens, tabellen, grafieken, centrum- en spreidingsmaten, kansen, de normale verdeling)	basis voor alles
Deel 1	Het examen, probleemoplossend denken en ICT	zit in elke vraag
Deel 2	Telproblemen en de binomiale verdeling	telproblemen, kansrekenen en statistiek: **60 %**
Deel 3	Steekproevenverdelingen, hypothesetoetsen, betrouwbaarheidsintervallen en spreidingsdiagrammen	
Deel 4	Werken met grote datasets: een volledig statistisch onderzoek met de dataset “Jong & Wel”	**40 %**

Volgorde

Begin met de **Fundamenten** als je de statistiek van de tweede graad niet (meer) beheerst. Twijfel je? Maak dan eerst de zelftest op het einde van de Fundamenten. Werk daarna de hoofdstukken in volgorde af, want elk hoofdstuk gebruikt woorden en technieken uit de vorige. Hoofdstuk 4 (steekproevenverdelingen) is de sleutel voor hoofdstukken 5 en 6. Hoofdstuk 8 (grote datasets) combineert alles en komt daarom als laatste.

Per hoofdstuk, in deze volgorde

1. **Lees** het kader “Vakfiche – kennen / kunnen” en duid de woorden aan die je nog niet kent.
2. **Lees** de uitleg met pen en papier. Schrijf elk voorbeeld zelf na, stap voor stap. Statistiek lees je niet, je doet ze.
3. **Voer** elk voorbeeld met het icoon MET ICT zelf uit in de rekenapps. Ga pas verder als je hetzelfde getal vindt als in de cursus.
4. **Maak** de oefeningen zonder eerst naar de oplossing te kijken. Kijk pas daarna. Snap je een oplossing niet? Ga dan terug naar de uitleg.
5. **Gebruik** het formularium. Je vindt het in de bijlage **Formularium (officieel)** achteraan in deze cursus. Op het examen krijg je precies hetzelfde blad. Probeer wel eerst zonder, zo weet je op het examen meteen waar alles staat.
6. **Sluit af** met de rubriek “Veelgemaakte fouten” en controleer of je er zelf één maakte.

De vaste rubrieken

VAKFICHE – KENNEN / KUNNEN

Wat de Examencommissie letterlijk van je verwacht. Dit is je checklist.

IN GEWONE WOORDEN

Het sleutelbegrip uitgelegd zonder formules. Lees dit eerst als iets te moeilijk lijkt.

STAP VOOR STAP

Een vaste werkwijze die je bij elke opgave van dat type kan volgen.

MET ICT

Wat je in de rekenapps intypt. De volledige uitleg staat in de bijlage **Werken met de rekenapps (ICT)**.

LET OP

Een valkuil of een notatie die op het examen het verschil maakt.

Veelgemaakte fouten

Die rubriek is altijd een tabel met twee kolommen. Links (rood) staat wat je **niet** mag doen, rechts (groen) staat hoe het wel moet.

FOUT	JUIST
een veelgemaakte fout	de juiste werkwijze

De twee ICT-iconen

De vakfiche onderscheidt bij examenvragen twee situaties. In deze cursus staan ze bij de oefeningen.

Icoon	Wat betekent het?
ZONDER ICT	Je lost de vraag op zonder rekenapps. Je toont je werkwijze, schrijft alle tussenstappen uit en werkt exact. Breuken en wortels laat je staan als ze niet mooi uitkomen.
MET ICT	Functioneel ICT-gebruik: de rekenapps ondersteunen het rekenwerk. Je toont nog altijd je werkwijze (welk model, welke parameters, welke kans) en je werkt zo lang mogelijk exact.

Afspraken over schrijfwijze

- Deelvragen staan altijd **onder elkaar**, aangeduid met a), b), c) … Elke deelvraag is een volledige zin met een hoofdletter en een vraagteken of punt.
- In tabellen staan korte stukjes tekst zonder hoofdletter en zonder punt. Staat er in een cel een volledige uitleg, dan schrijven we volledige zinnen met hoofdletter en punt.

- Kommagetallen schrijven we met een komma (2,5). Daarom staat er tussen twee getallen soms een puntkomma, bijvoorbeeld in een interval [2,5; 3,5] of in N(7,57; 0,66). In de rekenapps typ je wel een punt (2.5).

Tijdsinvestering (richtwaarde). Fundamenten: 20 u · Deel 1: 3 u · Deel 2: 15 u · Deel 3: 25 u · Deel 4: 15 u. Reken daarbovenop tijd voor herhaling en voor het oefenexamen achteraan.

De dataset. Voor Deel 4 werk je met de fictieve dataset “Jong & Wel” (240 jongeren). Je vindt hem volledig in de bijlage en als rekenbestand (*jong_en_wel.xlsx*) bij deze cursus. Op het examen krijg je een andere dataset, maar de werkwijze is dezelfde.

MODULE F1

Gegevens verzamelen

Populatie, steekproef en variabelen

F1.1 Populatie en steekproef

Elk statistisch onderzoek begint met een vraag. Neem als voorbeeld: *hoeveel uur slapen Vlaamse jongeren gemiddeld per nacht?* Een onderzoeker bevraagt daarvoor 400 jongeren. In dat onderzoek komen vier begrippen voor.

Begrip	Betekenis	In het voorbeeld
populatie	de volledige groep waarover je iets wil weten	alle Vlaamse jongeren
steekproef	het deel van de populatie dat je werkelijk onderzoekt	de 400 bevraagde jongeren
steekproefgrootte n	het aantal elementen in de steekproef	n = 400
variabele	het kenmerk dat je bij elk element meet of vraagt	de slaapduur per nacht (en bijvoorbeeld ook geslacht en leeftijd)

Waarom niet gewoon de hele populatie bevragen? Omdat dat meestal te duur, te traag of zelfs onmogelijk is.

- Je hebt niet genoeg tijd en geld om alle honderdduizenden Vlaamse jongeren te bevragen.
- Soms vernietig je wat je onderzoekt. Een fabrikant die de levensduur van lampen test, laat ze branden tot ze kapot zijn. Test hij alle lampen, dan heeft hij er geen meer over om te verkopen.

F1.2 Een goede steekproef

Een steekproef is **representatief** als ze een goede afspiegeling is van de populatie. Alle groepen uit de populatie komen er dan in ongeveer dezelfde verhouding in voor.

> IN GEWONE WOORDEN
>
> Wil je weten of de soep zout genoeg is, dan eet je niet de hele pot op. Je proeft één lepel (de steekproef) en besluit iets over de hele pot (de populatie). Dat werkt alleen als je eerst goed geroerd hebt. Anders proef je misschien net het stukje waar al het zout ligt. De lepel moet representatief zijn.

De beste manier om een representatieve steekproef te krijgen, is **aselect** (willekeurig, toevallig) trekken. Elk element van de populatie heeft dan dezelfde kans om gekozen te worden. Dat doe je bijvoorbeeld door lootjes te trekken of door een computer willekeurige nummers te laten kiezen. Een steekproef die op die manier getrokken wordt, noemen we een **enkelvoudig aselecte steekproef**.

Waarom is aselect trekken zo belangrijk? Als je zelf kiest wie je bevraagt, kies je ongemerkt mensen die je kent, die vlot bereikbaar zijn of die op jou lijken. Zo krijgt één groep te veel gewicht. Bij een loting kan dat niet, ook niet per ongeluk: het toeval kiest, niet jij.

Een steekproef is **vertekend** als bepaalde groepen systematisch te veel of te weinig voorkomen. Hieronder staan de vier bekendste oorzaken, telkens bij het onderzoek naar de slaapduur van jongeren.

Soort vertekening	Voorbeeld	Waarom is dat een probleem?
gemakshalve kiezen	Je bevraagt enkel de jongeren die om 8 uur 's ochtends op het station staan.	Wie zo vroeg de trein neemt, staat vroeg op en slaapt misschien korter. Jongeren die dicht bij school wonen of later beginnen, ontbreken.
vrijwillige respons	Een jeugdhuis vraagt op sociale media: "Reageer als je vindt dat je te weinig slaapt."	Vooral wie een sterke mening of een probleem heeft, reageert. Wie goed slaapt, laat niets van zich horen.
non-respons	Je stuurt een vragenlijst naar 400 aselect gekozen jongeren, maar slechts 150 sturen hem terug.	Wie niet antwoordt, verschilt misschien van wie wel antwoordt. Misschien zijn het net de drukste jongeren, die ook het minst slapen.
sturende vraagstelling	"Vind jij ook dat jongeren veel te veel op hun gsm zitten 's avonds?"	Het woordje "ook" en de woorden "veel te veel" geven het verwachte antwoord al mee. Wie twijfelt, gaat sneller akkoord. Een neutrale vraag is: "Hoeveel minuten gebruik je je gsm na 22 uur?"

LET OP

Een grote steekproef is niet automatisch een goede steekproef. Een grote steekproef helpt enkel tegen **toevallige schommelingen**: hoe meer mensen je bevraagt, hoe minder je resultaat afhangt van toevallig wie je trekt. Een grote steekproef helpt niet tegen **vertekening**. Als je de verkeerde mensen bevraagt, blijft je resultaat fout, ook als het er heel veel zijn.

Voorbeeld uit de geschiedenis. In 1936 voorspelde het Amerikaanse tijdschrift *Literary Digest* wie de presidentsverkiezingen zou winnen. Het stuurde formulieren naar ongeveer 10 miljoen mensen en kreeg er 2,4 miljoen terug. De voorspelling was volledig fout. De adressen kwamen vooral uit telefoonboeken en lijsten van autobezitters. In die tijd waren dat vooral rijkere mensen, die anders stemden dan de rest. Bovendien antwoordde maar een kwart (non-respons). Een veel kleinere, beter samengestelde peiling van George Gallup voorspelde de uitslag wel juist.

F1.3 Soorten variabelen

Soort	Betekenis	Voorbeelden
kwalitatief (categorisch)	de waarden zijn categorieën, geen getallen waarmee je zinvol rekent	geslacht, studierichting, lievelingssport, postcode
kwantitatief discreet	getallen die je telt, met "sprongen" tussen de mogelijke waarden	aantal broers en zussen, aantal goede vrienden, aantal fouten
kwantitatief continu	getallen die je meet, waarbij in principe elke waarde binnen een interval mogelijk is	lengte, gewicht, slaapduur, reistijd

Het soort variabele bepaalt welke tabel, welke grafiek en welke kengetallen zinvol zijn (zie F2 tot F5).

Twijfelgeval: een getal dat geen hoeveelheid is. Een postcode bestaat uit cijfers, maar ze is eigenlijk de naam van een gemeente. De postcode 2140 is niet "meer" dan 2000. Een gemiddelde postcode berekenen heeft dus geen enkele betekenis. Daarom is een postcode kwalitatief. Twijfel je? Vraag je dan af: heeft rekenen hiermee zin? Is het antwoord nee, dan is de variabele kwalitatief.

UITGEWERKT VOORBEELD · DEZELFDE GEGEVENS, VERSCHILLENDE VARIABELEN

Een gemeente houdt van elke inwoner bij in welke deelgemeente (postcode) hij woont.

Variabele	Soort	Waarom?
de postcode van een inwoner	kwalitatief	Het is een naam voor een plaats. Rekenen ermee heeft geen zin.
het aantal inwoners per postcode	kwantitatief discreet	Je telt mensen: 0, 1, 2, … Halve inwoners bestaan niet.
de oppervlakte van een deelgemeente (km²)	kwantitatief continu	Je meet. Elke waarde, zoals 7,38 km², is mogelijk.

Het hangt dus af van de vraag die je stelt: "waar woon je?" geeft een kwalitatieve variabele, "hoeveel mensen wonen er?" een kwantitatieve.

F1.4 Oefeningen module F1

REEKS A

1. Een onderzoeker bevraagt 500 aselect gekozen Antwerpse 65-plussers over eenzaamheid.
   - **a)** Wat is de populatie?
   - **b)** Wat is de steekproef?
   - **c)** Wat is n?
2. Is de variabele kwalitatief, kwantitatief discreet of kwantitatief continu?
   - **a)** De bloedgroep.
   - **b)** Het aantal keer per week sporten.
   - **c)** De hartslag in rust (slagen per minuut).
   - **d)** De tijd om 5 km te lopen.
   - **e)** Het diploma van de ouders.
   - **f)** De lichaamstemperatuur.
3. Waarom onderzoekt een fabrikant van autobanden de levensduur in een steekproef en niet in de hele populatie?

REEKS B

4. Een school wil weten hoe tevreden de leerlingen zijn over de refter. De directeur bevraagt de leerlingen die op woensdagmiddag in de refter eten. Is deze steekproef representatief? Leg uit en stel een betere werkwijze voor.

5. Een tijdschrift vraagt zijn lezers om online te stemmen over een nieuwe wet. 12 000 lezers reageren en 78 % is tegen. Mag het tijdschrift besluiten dat 78 % van de Vlamingen tegen de wet is? Gebruik het woord “vertekening”.

REEKS C

6. Een gemeente wil weten hoeveel procent van haar inwoners met de fiets naar het werk gaat. Beschrijf hoe je een enkelvoudig aselecte steekproef van 300 inwoners trekt. Noem ook één mogelijke bron van vertekening die zelfs dan nog kan optreden.